Capítol 4: Valoració de la radiació directa i difusa en un superfície amb orientació arbitraria.

Resum

Els valors que s'obtenen de la radiació directa i difusa mitjançant els piranòmetres són mesurats en un pla horitzontal. La radiació solar directa mesurada en el piranòmetre és la component normal sobre el pla horitzontal de la radiació directa o *direct beam*. En canvi la radiació difusa representa el valor total de radiació hemisfèrica rebuda per part de la resta de la volta celeste. La distribució de les dues radiacions en l'espai tenen naturaleses molt diferents, mentre una té un sentit i prové d'un sol punt (una vint mil·lèsima part del firmament), l'altre prové de totes direccions i ocupa la resta del firmament visible. En aquest episodi es donarà una tècnica per poder mesurar les radiacions directa i difusa sobre qualsevol superfície inclinada. A més el fet de fer-ho en mètode d'elements discrets possibilita fins i tot poder calcular les dues radiacions de manera realista: tenint en compte els elements que obstrueixen el firmament: edificis, orografia, arbres, etc.

Piranòmetre amb banda tapasol per a la mesura de la radiació difusa. Sense la banda es mesura la radiació glonal. La diferència dels dos valors és la radiació directa.

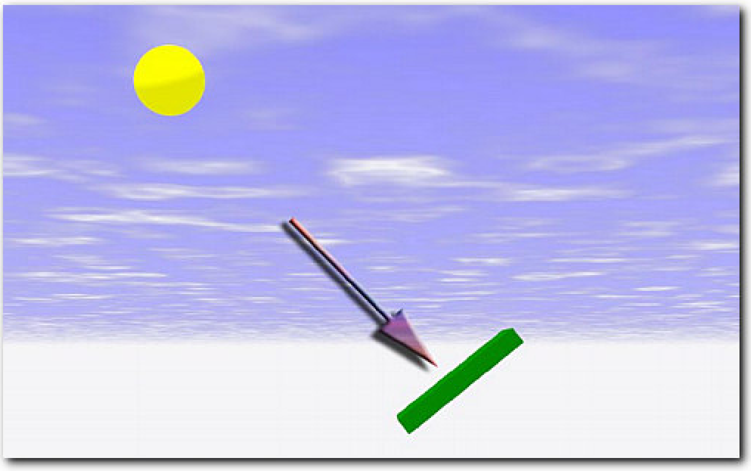
Objectiu.

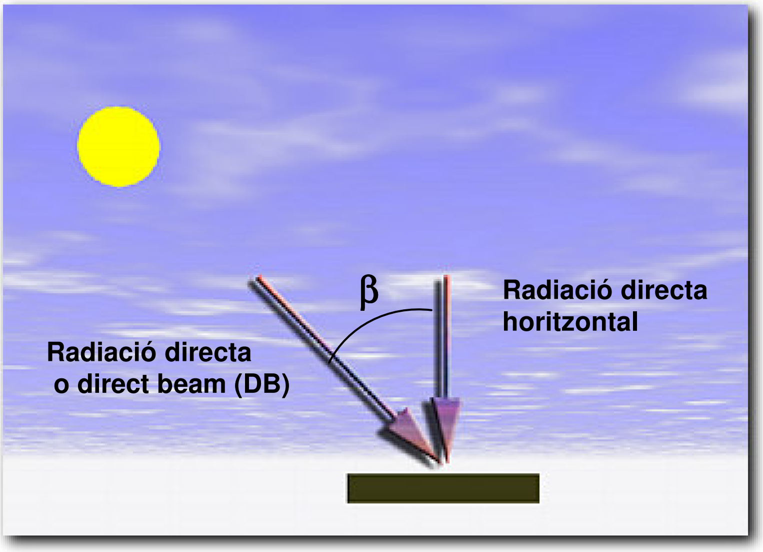
Els valors obtinguts amb els piranòmetres expressen la magnitud de les radiacions solar directes i difuses en un pla horitzontal. A partir de la diferències de les dues es té la radiació directa en el pla horitzontal. Una de les preguntes a respondre és quina és la radiació en qualsevol superfície en un moment donat sabent els valors de radiació directa i difusa.

Saber quina és la radiació solar directa sobre qualsevol superfície inclinada a partir de la radiació solar directa sobre un pla horitzontal i la posició del Sol és relativament senzill. L'expressió de la radiació solar directa també és senzilla si no es tenen en compte les obstruccions. En aquest annex però, es proposa fer un pas més i aprofitar el potencial que ofereix la configuració de la programació en elements discrets.

Càlcul de la radiació directa sobre qualsevol superfície.

Si es vol captar la màxima radiació directa que arriba des del sol (*direct beam* en anglès) només cal enfrontar de manera perpendicular cap a ell una determinada superfície. El valor de radiació directa en aquesta posició és màxim. Aquest valor és de gran interés per què serà necessari per poder calcular el valor de radiació directa en qualsevol sentit.





La relació entre la magnitud màxima de la radiació (direct beam) i la radiació mesurada en el pla horitzontal es pot obtenir fàcilment:

$$\cos(\beta) = \frac{\text{radiacio directa H}}{\text{Direct Beam}}$$

Relació Direct-Beam i radiació directa horitzontal.

La quantitat d'energia que rep una superfície en qualsevol orientació també es pot obtenir a partir de la radiació directa o direct beam (DB), del vector normal a la superfície i la posició del sol. Tant sols cal aplicar el producte escalar del vector que apunta el sol amb un mòdul igual a la direct beam pel vector unitari normal a la superficie en qüestió. A partir d'ara es prendrà el vector radiació en sentit contrari al de la llum (DB).

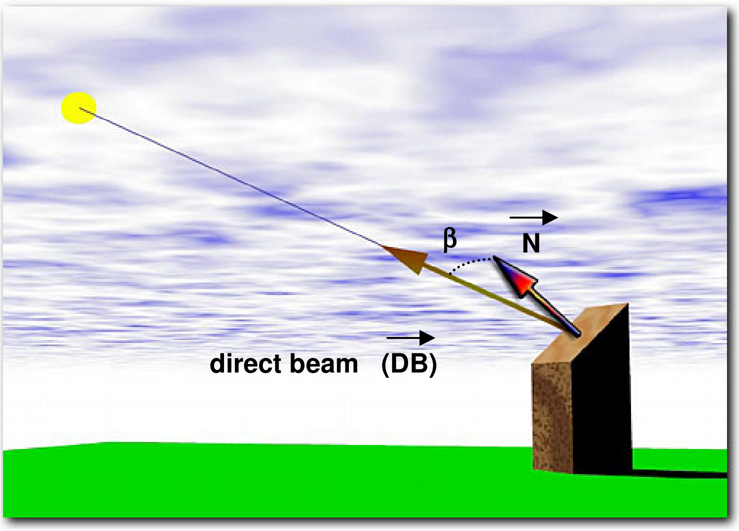


Figura 6. Posicions del dia i niten el soltici d'estiu a l'hemisferi Nord.

La radiació directa que arriba per unitat de superfície ve donada per la següent expressió:

$$Rd = \vec{DB} \bullet \vec{N}$$

On “•” indica el producte escalar dels dos vectors. Recordem que el producte escalar de dos vectors es pot trobar de dues maneres diferents:

$$Rd = \vec{DB} \bullet \vec{N} = \left|\vec{DB}\right| \cdot \left|\vec{N}\right| \cdot \cos(\beta)$$

Producte escalar a partir dels mòduls dels vectors i angle entre aquests.

ó

$$Rd = \vec{DB} \bullet \vec{N} = DB_x.N_x + DB_y.N_{y+} DB_z.N_z$$

Producte escalar a partir de les components cartesianes.

Resumint, si es coneix la radiació directa que arriba en un pla horitzontal, ja som capaços de donar el valor en qualsevol altre direcció. Els passos són:

$$\text{Direct Beam} = \frac{\text{radiacio directa H}}{\cos(\beta)}$$

Trobar el valor de la radiació Direct Beam

$$(DB_x, DB_y, DB_z)$$

Donar sentit vectorial a la magnitud anterior.

$$DB_x.N_x + DB_y.N_{y+} DB_z.N_z$$

Multiplicar vectorialment pel vector unitari a la superficie en qüestió.

SI el valor d’aquest producte és positiu, la superfície rep radiació amb una magnitud igual a l’expressió anterior, si és negatiu, significa que la superfície no rep radiació directa del sol.

Càlcul de la radiació difusa sobre qualsevol superfície.

El càlcul de la radiació difusa presenta una naturalesa diferent a la radiació directa. Mentre que la radiació directa prové d'un sol punt de l'espai, la radiació difusa prové de la resta d'hemiesfera celeste que no és interceptada per cap obstacle. Per tant les condicions de radiació difusa en el pla horitzontal son resultat d'una distribució lluminosa per la hemiesfera celeste.

Aquesta distribució per tota l'extensió de la volta celeste és aleatòria, ja que depèn de les característiques de transmissivitat de l'atmosfera: nuvolositat, contaminació atmosfèrica entre d'altres. Per tant, la radiació rebuda –suposem un pla horitzontal- és funció de la contribució de cada part de la volta celeste. Coneixent doncs només la radiació solar difusa sobre un pla horitzontal, no és possible dir quina serà la radiació rebuda en un altre pla orientat de diferent forma, ja que es necessita la informació de tota la distribució de radiació per la volta.

És un cas molt diferent al que presenta la obtenció de la radiació directa, ressolució immediata quan es coneix el seu valor en una direcció. Aquest fet es produeix per què a diferència de la radiació difusa, la radiació directa prové d'un sol punt de l'espai.

Tot i que seria més precís tenir la radiació difusa definida per tota la volta, no és necessari filar tan prim per a la determinació d'aquesta en qualsevol pla orientat. Realmet, ni els mètodes més detallats tenen en compte la distribució real d'aquesta radiació a la volta.

A partir d'aquest punt se suposarà que la radiació difusa és uniforme en tota la bòveda. Aquest supòsit no representa cap temeritat per dos motius: la intensitat de la radiació difusa sol ser menor a la directa, i quan no ho és, la distribució llavors sol ser molt homogenea (dies nuvolosos). Però sobretot, el que fa que aquest hipòtesis sigui acceptable és què la radiació difusa prové d'una àrea 20.000 vegades més gran que la àrea d'on prové la radiació directa. Per tant la contribució d'uns certa àrea del cel és relativament petita i poc influient. Cal afegir que el mètode aquí explicat té en compte les obstruccions visuals, fet que no contemplen la majoria de mètodes.

L'expressió més simplificada respecte la radiació difusa per a una superfície orientada és la següent expressió analítica.

$$R_{dif}= RH_{dif} .(1+\cos \beta)/2$$

Aquesta expressió tant senzilla té dos mancances importants: atribueix una distribució de la radiació difusa celeste isòtropa i no té en compte les obstruccions que poden existir entre la volta celeste i la superfície (edificis, orografia, etc.).

Hi ha models molt més acurats com els de Pérez (1987) actualitzada el 1990, que introdueixen l'efecte d'anisotropia de la radiació difusa. No obstant, tot i ser el de Pérez el model més precís, no incorpora –degut a la seva naturalesa analítica- les obstruccions que es poden donar entre les superfícies i la volta celeste.

En aquest treball no s'utilitza cap d'aquests mètodes ja que val la pena aprofitar la implementació per diferències finites per treure un rendiment a l'alçada del que permeten aquestes tècniques discretes.

La radiació difusa depèn de la distribució aleatòria en el firmament de núvols, de la contaminació com així també de les obstruccions espacials que es puguin presentar. Això significa que per a una posició fixada del Sol es poden tenir idèntiques lectures de la radiació difusa en el pla horitzontal amb distribucions de nubolositat diferents. D'aquí en deriva la important conseqüència que per a superfícies orientades en diferents direccions s'obtindrien lectures que no serien predibles per cap mètode dels anomenats. Senzillament per què no ho contemplen. Si a més s'hi incorporen les obstruccions visuals, encara menys.

El mètode que en aquest capítol es proposa per a la cerca de la radiació difusa es basa en la definició d'intensitat de radiació que és emesa per una superfície i arriba a una altra. Aquest mètode juntament amb l'anàlisi estadística del comportament real de les radiacions directa i difusa s'obtindrà la radiació difusa en qualsevol direcció, incorporant, a més, les obstruccions visuals, que tot i no ser d'alta importància (contràriament al què passa amb la radiació directa), s'hi inclouran igualment.

Com a hipòtesi es pren que la radiació difusa segueix una distribució uniforme de l'àrea visible de la volta celeste. A partir de la radiació difusa s'extraurà un coeficient d'emissió de la volta necessari per calcular la radiació difusa sobre qualsevol superfície orientada.

Anem a veure com es pot relacionar la radiació difusa distribuïda per la volta celeste amb la radiació solar difusa captada en el pla horitzontal a la superfície terrestre.

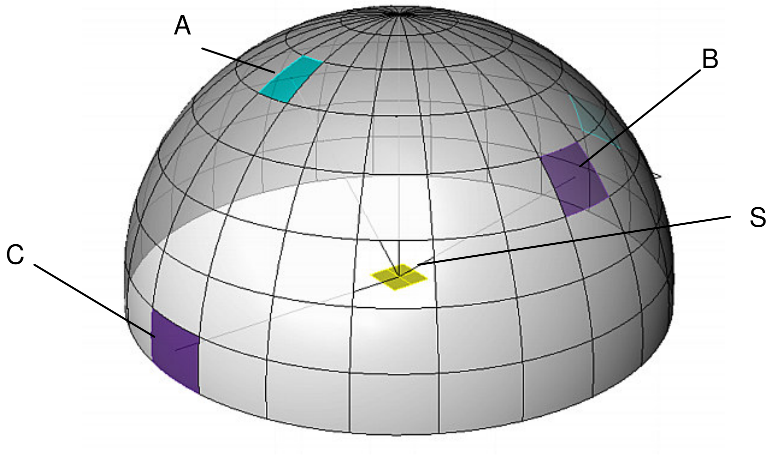
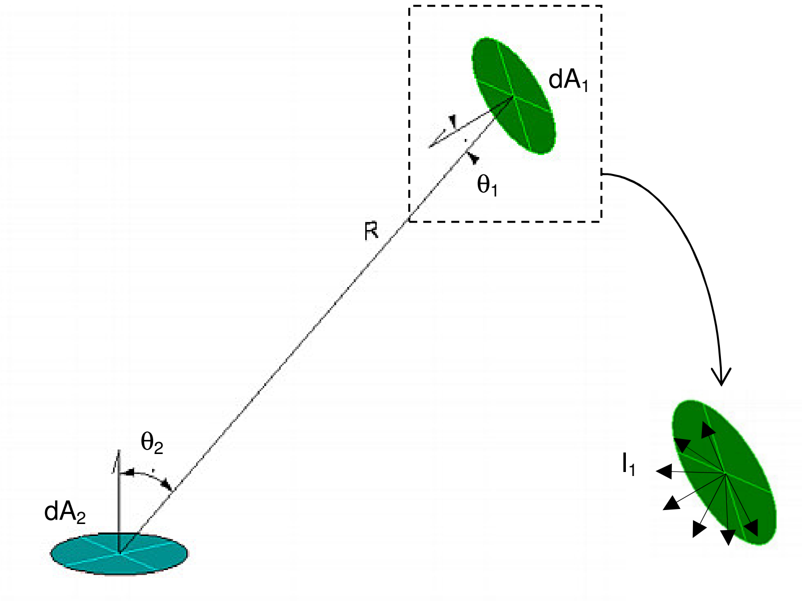


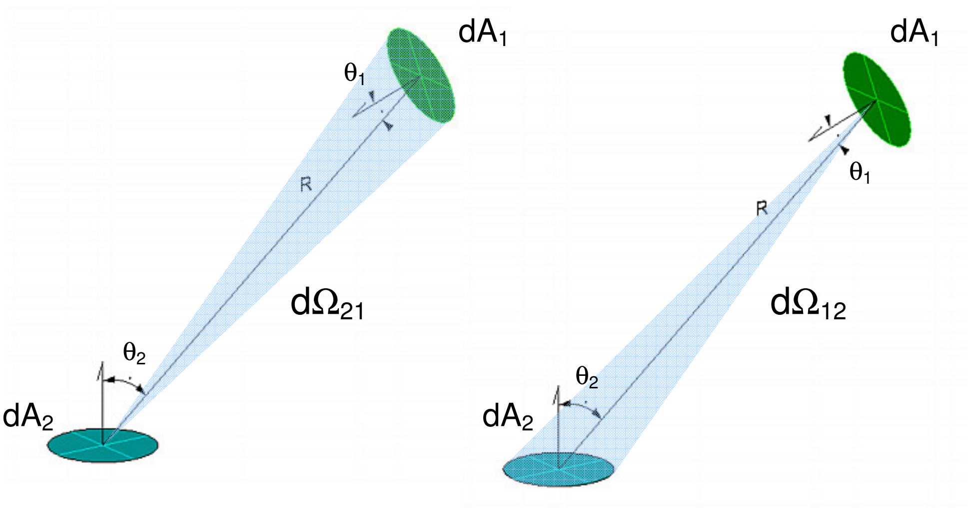
Figura 7. Contribució de la volta cel.leste en la radiació difusa rebuda sobre una superficie horitzontal

Les radiacions que es recullen en les estacions meteorològiques són la directa i la difusa. Ambdues es recullen en el pla horitzontal (S). La radiació directa prové d'un sector molt petit de la volta celeste, i és assignable a aquesta petitíssima àrea. Contràriament, la radiació difusa que rep la superficie S prové de la totalitat de la volta celeste (exceptuant interferències d'edificis i la petita àrea on hi ha el Sol), per tant, la lectura a S de la radiació difusa és el resultat de la contribució de tots els sectors de volta (A,B,C, etc.).

Per trobar la quantitat de radiació difusa que rep la superfície S coneixent les contribucions de les diferents parts de la volta celeste es pot recórrer a una expressió que lliga la intensitat de radiació emesa per una superfície (W/m^2/Sr) amb la quantitat de radiació rebuda per una superfície (W/m^2). Suposem una configuració com la següent: un diferencial de superfície dA_1 que emet una intensitat de radiació I_1 (W/m^2/Sr).



Els respectius angles sòlids amb que cada una de les superfícies veu a l'altra $d\Omega_{12}$ i $d\Omega_{21}$ són:



El valor de $d\Omega_{12}$ i $d\Omega_{21}$ són:

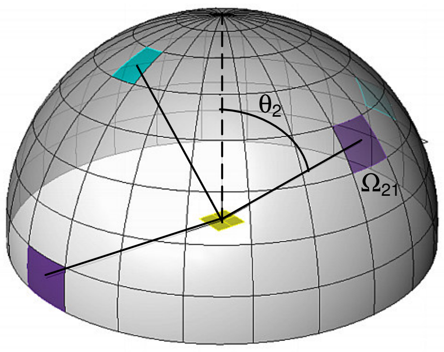
$$d\Omega_{12} = \frac{dA_2 . \cos(\theta_2)}{R^2} \quad d\Omega_{21} = \frac{dA_1 . \cos(\theta_1)}{R^2}$$

El valor de radiació que rep dA_2 provenint de dA_1 ve de la definició de intensitat[1]

$$dq_{dA_1-dA_2} = I_1.dA_1.\cos(\theta_1).d\Omega_{12} = \frac{I_1.dA_1.\cos(\theta_1).\cos(\theta_2).dA_2}{R^2}$$

$$dq_{dA_1-dA_2} = I_1.\cos(\theta_2).dA_2.d\Omega_{21}$$

Tenint en compte que la distribució esfèrica fa que tots els θ_1 siguin 0º, (no cal)



llavors l'expressió queda simplificada.

$$dq_{dA_1-dA_2} = I_1.\cos(\theta_2).dA_2.d\Omega_{21}$$

Passant el diferencial dA_2 dividint:

$$\frac{dq_{dA_1-dA_2}}{dA_2} = I_1.\cos(\theta_2).d\Omega_{21}$$

En el cas de no haver-hi obstacles (tota la hemiesfera visible), si s'integra a banda i banda s'obté la relació entre la potència de radiació difusa en el pla horitzontal amb la intensitat de radiació que desprèn la hemiesfera.

$$\frac{q_{A_2}}{A_2} = I_1 \int_{\Omega=0}^{\Omega=2\pi} \cos(\theta_2).d\Omega_{21}$$

$$\frac{q_{A_2}}{A_2} = I_1 \int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{2}} \cos(\theta_2).[2.\pi.\sin(\theta_2).d\theta]$$

$$\frac{q_{A_2}}{A_2} = I_1.2.\pi \int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{2}} \cos(\theta).\sin(\theta).d\theta = I_1.2.\pi.\left(\frac{1}{2}\right) = I_1.\pi$$

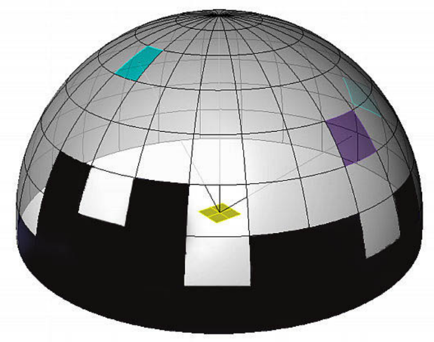
$$\frac{\frac{q_{A_2}}{A_2}}{I_1} = \pi = 3{,}1416\ldots$$

[1] BONALS et al, Transmissió de calor. Teoria. Edicions UPC.

On $\dfrac{q_{dA_2}}{A_2}$ és la radiació mesurada en el pla horitzontal si no hi ha obstruccions i I_1 és la intensitat mitjana de radiació difusa emesa per la volta.

Per tant, es té que la radiació difusa (W/m^2) rebuda en el pla horitzontal quan no hi ha obstruccions visuals és unes 3 vegades (π vegades exactament) superior a la Intensitat superficial (W/m^2.Sr) emesa per la volta celeste.

Prenent com a certa la hipótesis que la intensitat mitjana de radiació difusa es manté contant per tota la volta, es passa a calcular la radiació rebuda per un pla horitzontal parcialment obstruit (edificis, skyline, paisatge, etc…).



PAS 1) Obtenir la radiació difusa en el pla horitzontal sense obstruccions.

RADIACIÓ DIFUSA EN EL PLA HORITZONTAL SENSE OBSTRUCCIONS **(q/A)**

$(q/A)_{LLIURE}$

PAS 2) Obtenir la intensitat de radiació hemiesfèrica.

INTENSITAT MITJANA DE LA RADIACIÓ DIFUSA A LA VOLTA CELESTE: **I**

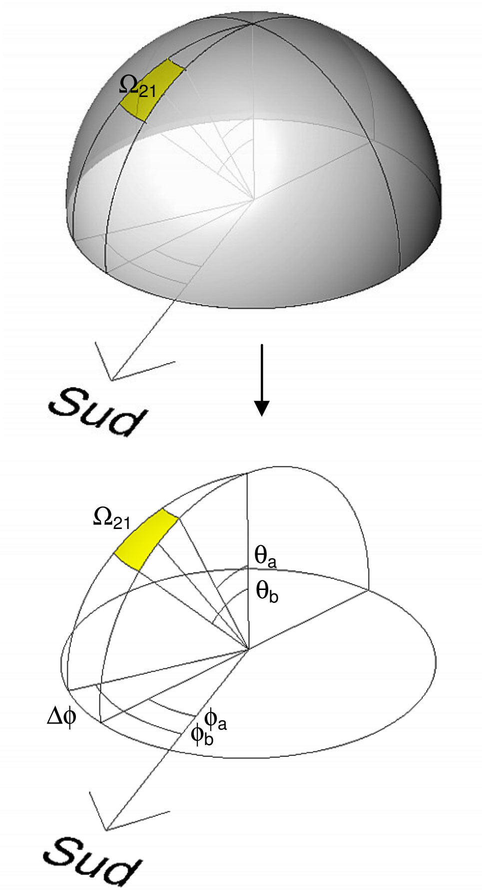
$I=(q/A)_{LLIURE}/\pi$

PAS 3) I passar a calcular la radiació amb obstacles:

$$\left(\frac{q}{A_2}\right)_{OBSTACLES} = I \int_{\Omega visible} \cos(\theta_2).d\Omega_{21} = \frac{1}{\pi}\left(\frac{q}{A_2}\right)_{LLIURE} . \int_{\Omega visible} \cos(\theta_2).d\Omega_{21}$$

Com que es pretén fer el càlcul per diferències finites, s'ha de trobar el valor de l'angle sòlid en funció de valors discrets de angle azimutal i zenital.

$$\left(\frac{q}{A_2}\right)_{OBSTACLES} = \frac{1}{\pi}\left(\frac{q}{A_2}\right)_{LLIURE} . \sum_{\Omega visible} \cos(\theta_2).\Omega_{21}$$



I Ω_{21} és idènticament igual a:

$$\Omega_{21} = (\phi_b - \phi_a).(\cos(\theta_a) - \cos(\theta_b)) = \Delta\phi \cdot (\cos(\theta_a) - \cos(\theta_b))$$

on ϕ s'ha d'expressar en radians.

L'avaluació de la radiació en el pla horitzontal amb obstacles queda com a:

$$\left(\frac{q}{A_2}\right)_{OBSTACLES} = \frac{1}{\pi}\left(\frac{q}{A_2}\right)_{LLIURE}\left[\sum_{\Omega visible=1}^{N}\cos(\theta_i).\Delta\phi_i\left(\cos(\theta_{ia}) - \cos(\theta_{ib})\right)\right].$$

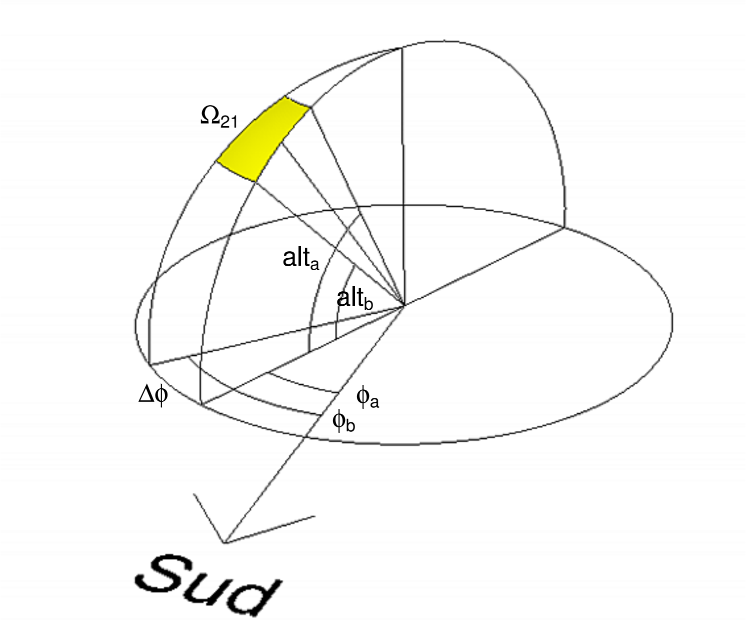
θ_i seria l'angle zenital representatiu d'aquell sector d'angle sòlid (Ω_{21}), s'escull la mitjana dels dos angles com a angle representatiu:

$$\theta_i = \frac{\theta_{ia} + \theta_{ib}}{2}$$

Finalment, l'expressió queda com a:

$$\left(\frac{q}{A_2}\right)_{OBSTACLES} = \frac{1}{\pi}\left(\frac{q}{A_2}\right)_{LLIURE}\left[\sum_{\Omega visible=1}^{N}\Delta\phi_i.\cos\left(\frac{\theta_{ia} + \theta_{ib}}{2}\right).(\cos(\theta_{ia}) - \cos(\theta_{ib}))\right]$$

I si volem expressar-ho en funció de les altures solars en comptes dels zènits,



$$\left(\frac{q}{A_2}\right)_{OBSTACLES} = \frac{1}{\pi}\left(\frac{q}{A_2}\right)_{LLIURE}\left[\sum_{\Omega visible=1}^{N} \Delta\phi_i.\sin\left(\frac{alt_{ia}+alt_{ib}}{2}\right).\left(\sin(alt_{ia})-\sin(alt_{ib})\right)\right]$$

Important: del sumatori només s'hi inclouran els valors positius. Els negatius indiquen que no es visualitzen mútuament (sector d'angle sòlid- superfície)

Esclar que aquesta expressió tant sols ens serveix per calcular la radiació difusa en casos d'obstrucció visual, però només en **plans horitzontals**. Com ho farem si el pla que rep la radiació no és horitzontal ? Com es calcularà la radiació difusa incident ?

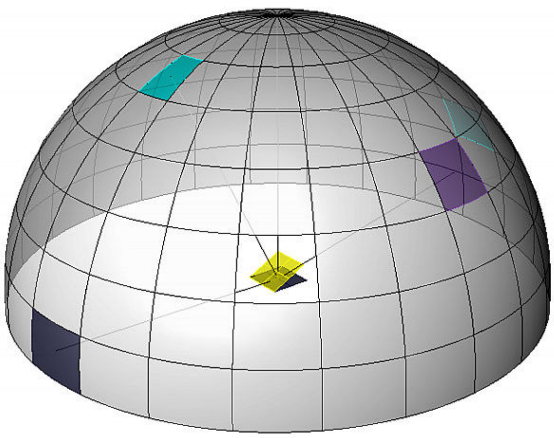
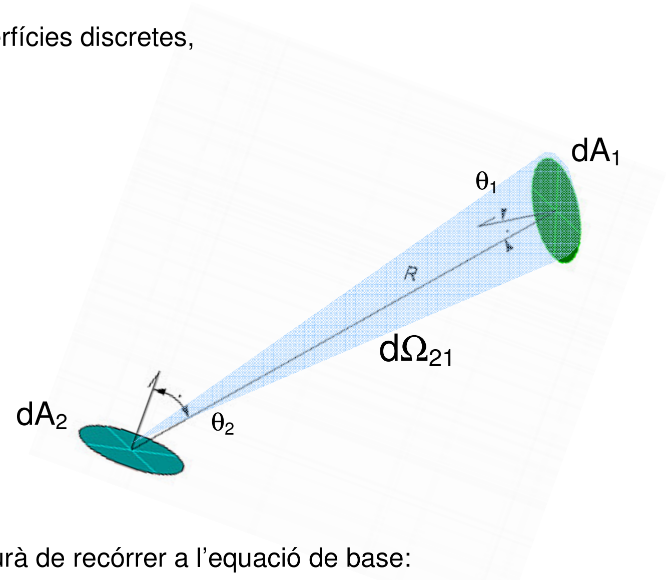


Figura 8. Superfície no horitzontal exposada a la volta celeste.

Tornem a les superfícies discretes,



Primer de tot s'haurà de recórrer a l'equació de base:

$$dq_{dA_1-dA_2} = I_1.dA_1.\cos(\theta_1).d\Omega_{12} = \frac{I_1.dA_1.\cos(\theta_1).\cos(\theta_2).dA_2}{R^2}$$

$$dq_{dA_1-dA_2} = I_1.\cos(\theta_2).dA_2.d\Omega_{21}$$

Tenint en compte que la distribució esfèrica de la volta fa que tots els θ_1 siguin 0º (igual que en cas anterior) l'expressió se simplifica: (no cal)

$$dq_{dA_1-dA_2} = I_1.\cos(\theta_2).dA_2.d\Omega_{21}$$

desenvolupant:

$$\left(\frac{q}{A_2}\right)_{OBSTACLES} = I \int_{\Omega visible} \cos(\theta_2).d\Omega_{21} = \frac{1}{\pi}\left(\frac{q}{A_2}\right)_{LLIURE} . \int_{\Omega visible} \cos(\theta_2).d\Omega_{21}$$

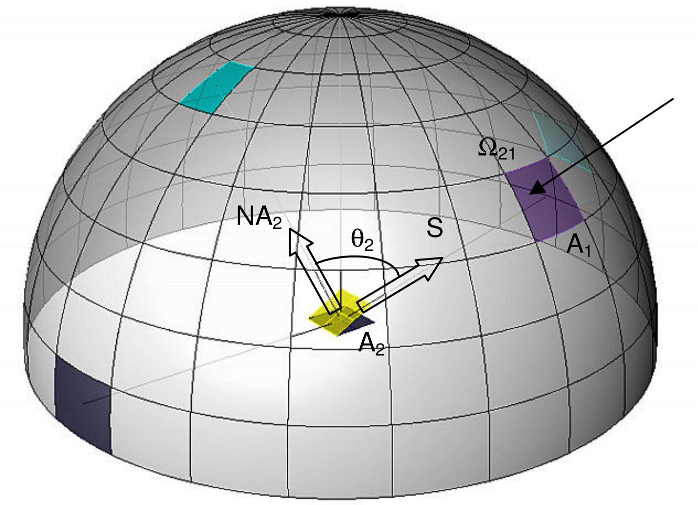
de forma discreta:

$$\left(\frac{q}{A_2}\right)_{OBSTACLES} = \frac{1}{\pi}\left(\frac{q}{A_2}\right)_{LLIURE} . \sum_{\Omega visible} \cos(\theta_2).\Omega_{21}$$

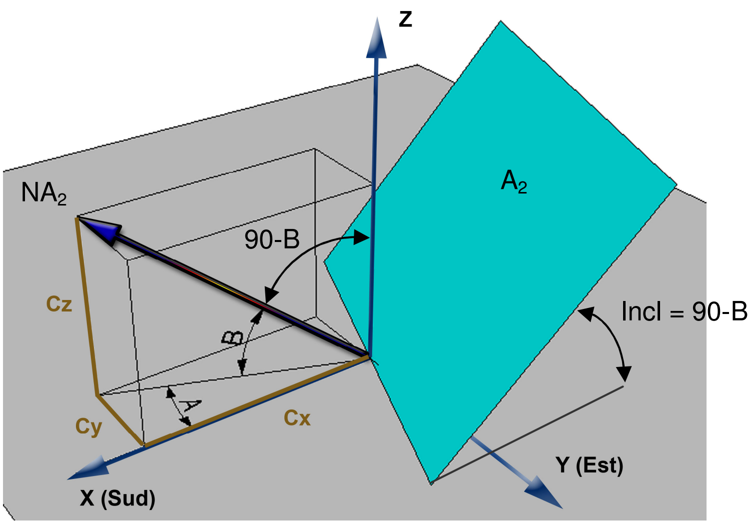
Eq 111. Potencia de radiació difusa.

El principal problema ara, es trobar el valor de θ_2 i aquest és l'angle que formen els vectors directors següents:

- Vector normal a la superfície: **NA_2**
- Vector que senyala el sector discret de volta celeste: **S**=S(θ,ϕ)



Anem a veure en primer lloc com definim la orientació d'una superfície arbitrària. La forma més pràctica per definir la orientació d'una superfície és a través del seu vector norrmal. En el gràfic inferior es mostra una superfície A_2 caracteritzada pel seu vector normal NA_2. La orientació del vector ve determinat pels angles A i B. (A= azimut) (B = 90- inclinació).

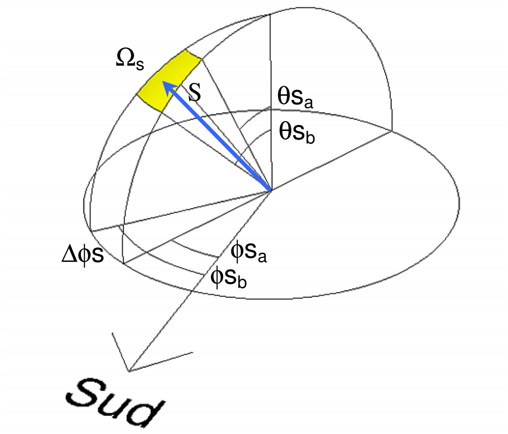


Les diferents components del **vector unitari normal NA_2** a la superfície són:

Cx= cos (A). cos (B) = cos (A). sin (incl)
Cy= -sin (A). cos (B) = -sin (A). sin (incl)
Cz= sin (B) = cos (incl)

NA_2=[Cx;Cy;Cz]= [cos (A). sin (incl); -sin (A). sin (incl); cos (incl)]

Semblantment es defineix el vector director(S) que senyala a un sector de la volta definit pel grup: (ϕs_a,ϕs_b) (θs_a,θs_b). On l'ordre és important: $\phi s_a<\phi s_b$ i $\theta s_a<\theta s_b$.



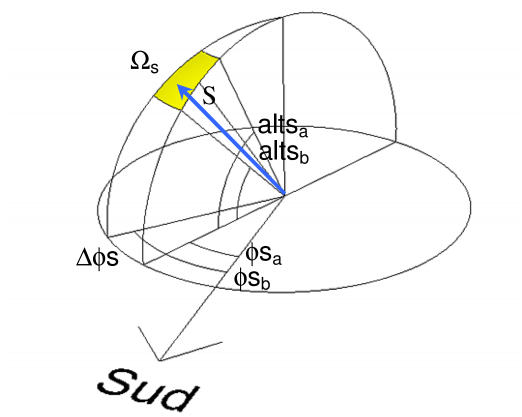
La direcció S la definim com a la mitjana dels dos angles que limiten el sector (tant en direcció zenital com azimutal). Així es pren S com el vector normal que defineixen els semiangles definits per θ_a , θ_b d'una banda i ϕ_a, ϕ_b de l'altra.

$$S = S(\theta S_m;\phi S_m) = S\left(\frac{\theta S_a + \theta S_b}{2};\frac{\phi S_a + \phi S_b}{2}\right)$$

I la seva formulació cartesiana:

Sx= cos (ϕs_m). sin (θs_m)
Sy= -sin (ϕs_m). sin (θs_m)
Sz= cos (θs_m)

En canvi si agafem les altures solars en comptes dels zenits:

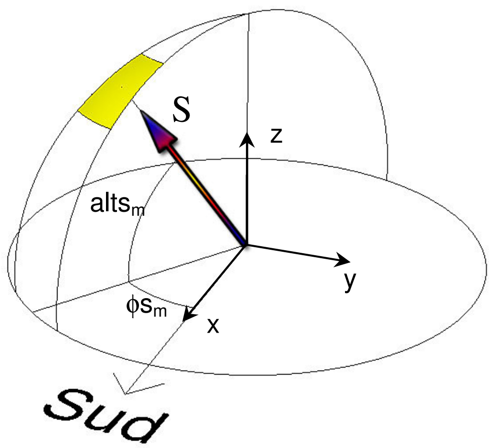


I la seva formulació cartesiana també:

$Sx= \cos(\phi s_m). \cos(alts_m)$
$Sy= -\sin(\phi s_m). \cos(alts_m)$
$Sz= \sin(alts_m)$

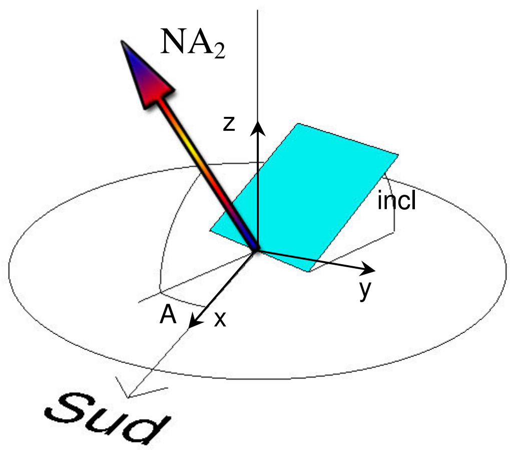
$S=[Sx;Sy;Sz]= [\cos(\phi s_m). \cos(alts_m); -\sin(\phi s_m). \cos(alts_m); \sin(alts_m)]$

En resum, per a un sector de cel amb coordenades mitjanes $alts_m$ i ϕs_m, es té el següent vector director:



$S=[Sx;Sy;Sz]= [\cos(\phi s_m). \cos(alts_m); -\sin(\phi s_m). \cos(alts_m); \sin(alts_m)]$

Mentre que per a una superfície inclinada un angle incl i desviada del sud un angle A, el vector director que la defineix és:



$NA_2=[Cx;Cy;Cz]= [\cos(A). \sin(incl); -\sin(A). \sin(incl); \cos(incl)]$

Ara ja s'està en condicions de calcular l'angle que formen NA_2 i S. Per exemple a partir de la definició de producte escalar.

$$\vec{A}.\vec{B} = |A|.|B|.\cos(\theta_2)$$

per tant l'angle que formen (γ) és igual a:

$$\cos(\theta_2) = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{|A|.|B|.}$$

Pel nostre cas en concret A= NA_2 i B = S

$$\cos(\theta_2) = \frac{\vec{N}A_2.\vec{S}}{|\vec{N}A_2|.|\vec{S}|.} = \left[\frac{C_x.S_x + C_y.S_y + C_z.S_z}{\sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2} \cdot \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2}}\right]$$

On

Sx= cos (ϕs_m). cos ($alts_m$)
Sy= -sin (ϕs_m). cos ($alts_m$)
Sz = sin ($alts_m$)
Cx= cos (A). sin (incl)
Cy= -sin (A). sin (incl)
Cz= cos (incl)

Retornant a l'equació 111:

$$\left(\frac{q}{A_2}\right)_{OBSTACLES} = \frac{1}{\pi}\left(\frac{q}{A_2}\right)_{LLIURE} . \sum_{\Omega visible} \cos(\theta_2).\Omega_{21}$$

$$\cos(\theta_2) = \frac{\vec{N}A_2.\vec{S}}{|\vec{N}A_2|.|\vec{S}|.} = \left[\frac{C_x.S_x + C_y.S_y + C_z.S_z}{\sqrt{C_x^2 + C_y^2 + C_z^2} \cdot \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2}}\right]$$

$$\Omega_{21} = (\phi_b - \phi_a).(\cos(\theta_a) - \cos(\theta_b)) = (\phi_b - \phi_a).(\sin(alt_a) - \sin(alt_b))$$

a més, mòdul(C) = mòdul(S) =1

$$\cos(\theta_2) = \frac{\vec{N}A_2.\vec{S}}{|\vec{N}A_2|.|\vec{S}|.} = C_x.S_x + C_y.S_y + C_z.S_z$$

Per tant, ja finalment,

$$\left(\frac{q}{A_2}\right)_{OBSTACLES} =$$

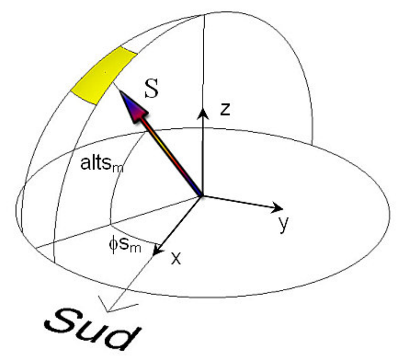
$$\frac{1}{\pi}\left(\frac{q}{A_2}\right)_{LLIURE} . \sum_{\Omega visible}\left(C_x.S_x + C_y.S_y + C_z.S_z\right).\left(\phi s_b - \phi s_a\right).\left(\sin(alts_a) - \sin(alts_b)\right)$$

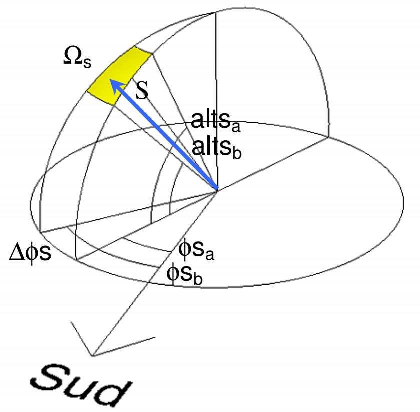
Important:

Del sumatori només s'hi inclouran els valors positius: $C_x.S_x + C_y.S_y + C_z.S_z > 0$

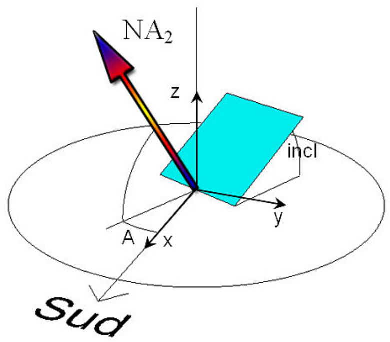
ϕs_b i ϕs_a han de ser expresats en radians !

$(q/A_2)_{lliure}$ és la potencia difusa rebuda en el pla horitzontal sense obstacles.





Sx= cos (ϕs_m). cos (alts$_m$)
Sy= -sin (ϕs_m). cos (alts$_m$)
Sz = sin (alts$_m$)



Cx= cos (A). sin (incl)
Cy= -sin (A). sin (incl)
Cz= cos (incl)