

## Capítol 1: On és el Sol ?

### Resum

---

En aquest capítol s'explica la manera de determinar la posició del Sol des de qualsevol punt de la terra coneixent les dades mínimes necessàries respecte aquest punt.

La posició del sol en qualsevol part del planeta ve determinada per la longitud, latitud, dia de l'any i hora. Existeix multitud de literatura on es descriuen extenses fórmules per determinar aquesta posició. No obstant, és difícil seguir la formulació i aplicar-la, encara més. Però el què és curiós i m'ha sorprès, és que, darrera de tant enrevessades formulacions, la majoria presentava serioses deficiències.

Aquestes "deficiències" que presenten moltes d'aquestes formulacions deriven de la voluntat d'extreure una sola equació implícita que expliqui qualsevol cas. Malauradament la formulació està basada en funcions *sinus* i *cosinus* i en les seves inverses. No vaig aprofundir més en les causes dels errors d'aquestes formulacions però intueixo que tot és degut a la naturalesa no bijectiva d'aquestes funcions. Martí Rosas, company de projectes en energia i professor de la UPC a Terrassa, per exemple, em confirmava que la majoria d'equacions publicades no servien per dies de més de dotze hores. Malauradament aquests dies representen el 50 per cent de l'any.

Finalment, vaig optar per crear aquest primer mòdul de càlcul desenvolupant un mètode propi, de definició i comprensió senzilla però per les mateixes raons, de caràcter potent. La idea està basada en el seguiment del Sol al igual que un telescopi ho fa amb qualsevol astre.

---



figura 1

**figura 1. El buscador del Sol: El Cercasol.** Un petit enginy serà l'instrument que ens acompanyarà al llarg d'aquest episodi per descobrir on es troba el Sol.

## El Sol i la Terra.

*“Tant se val el complicat que pugui semblar el món, la senzillesa sembla governar el seu comportament més íntim”.*

Potser la frase superior és atrevida, però s'ajusta bastant fidelment a l'esperit d'aquest primer capítol, on un rudimentari instrument serà el vehicle per arribar a realitzar un programa informàtic per situar el Sol allà on li toca a l'hora que toca. El primer pas serà establir com se situen la terra i el Sol respectivament i com són els seus moviments.



**Figura 2. Moviment aparent dels cossos celestes al voltant de l'estrella Polar.** Font: Marco Lorenzi.

La imatge superior mostra els camins que descriuen les estrelles al llarg d'una nit. El Sol, vist des de la Terra, descriu el mateix moviment aparent: una circumferència.

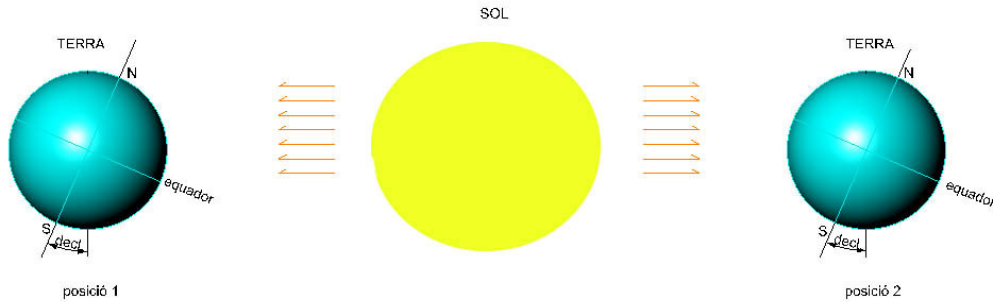
Com que el moviment de la terra al voltant del seu eix és molt més ràpid que la seva translació al voltant del Sol (unes 365 vegades més ràpid) es pot afirmar que el Sol -vist des de la terra i en període curt de temps- fa un moviment quasi circular al voltant d'un eix. El moviment circular que veuríem fer a les estrelles en l'horitzó es degut realment a aquest gir de rotació de la terra al voltant del seu eix.

A més, hi ha dos aspectes peculiars que simplifiquen encara més la nostra visió del món estel·lar. En primer lloc, la Terra, durant el seu trajecte al voltant del Sol manté la direcció de l'eix de rotació respecte l'espai constant. En segon, les distàncies a que es troben els estels de la terra comparades amb les distàncies que recorre la terra al voltant del Sol són d'ordres de magnitud majors. La conjunció d'aquest dos fets té com a conseqüència que el punt de gir en el cel al llarg de tot l'any és el mateix. Aquest punt, en el nostre hemisferi coincideix pràcticament amb l'estrella Polar.

Un altre fet interessant que facilita el seguiment de les estrelles, i en particular del Sol, és que la velocitat angular de la terra es manté constant al llarg de tot l'any.

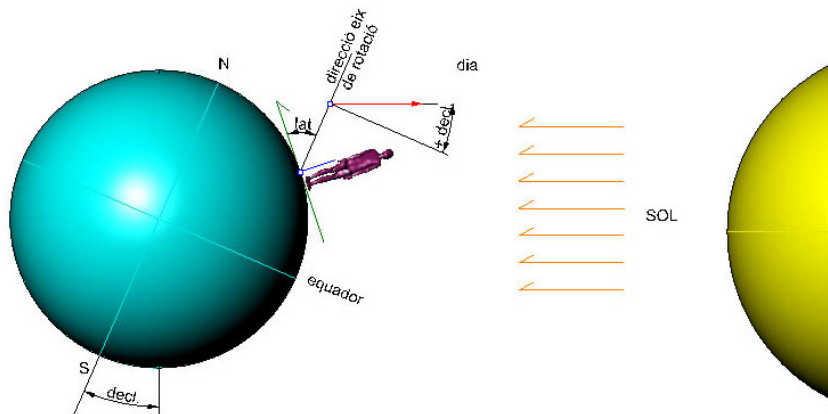
Aquests dos últims aspectes faciliten un model pel seguiment del Sol des de qualsevol punt de la terra. El moviment dels estels al voltant de la terra és encara més senzill d'implementar, ja que és un cas particular del Sol, excepte la velocitat angular en que gira, unes 1/365 vegades diferent.

La següent imatge mostra la posició de la Terra en dos moments molt especials del seu recorregut al voltant del Sol: els solsticis. Durant els solsticis, l'eix de rotació de la Terra es troba inclinat al màxim respecte la línia imaginària que connecta el Sol amb la Terra. La inclinació en aquests moments respecte el sol és màxima i igual a la declinació. La declinació és el grau d'inclinació de la terra respecte el pla orbital.



**Figura 3. Posició Terra-Sol al solstici d'estiu i d'hivern.**

Si ens situem a l'espai el dia 21 de juny (solstici d'estiu a l'hemisferi nord) a les 12 del migdia i ampliem la mida d'una persona fins convertir-la en un gegant, ens trobem amb una situació com la següent:



**Figura 4. Posició relativa Terra-Sol en el solstici d'estiu al migdia..** A l'hemisferi nord, el solstici d'estiu succeeix quan l'eix de la terra es decanta cap al Sol. Per a l'hemisferi Sud comença el solstici d'hivern.

Que el nostre personatge sigui un gegant ens beneficiarà en dos aspectes: podrem veure com se situa una persona respecte a la terra i el Sol, però a més, el gegant tindrà una visió privilegiada per seguir el moviment del Sol, tant si és de dia com si és de nit.

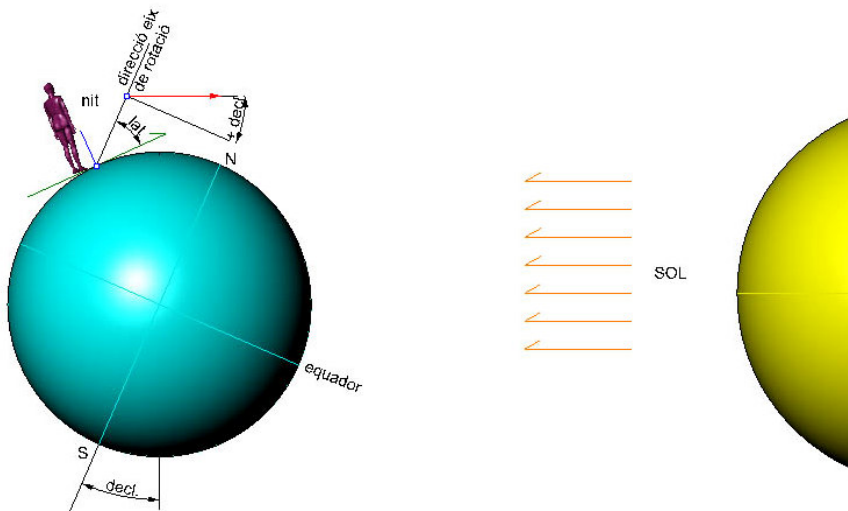
Com es pot apreciar en la figura 4, en la posició de dia a les 12 del migdia del solstici d'estiu, els raigs del Sol incideixen de manera quasi directa sobre el cap del gegant. Si la situació escollida fos a l'hivern, els raigs incidirien de manera molt més obliqua sobre el personatge - escalfant-li més la cara que el cap -. No obstant, el que ara es vol veure, és com se situa al cap de 12 hores el gegant i quins han estat els canvis del Sol des de el seu punt de vista. Aquest serà el primer pas per crear l'instrument que seguirà el Sol: el Cercasol.

Per facilitar la comprensió del moviment de Sol des de la terra s'han utilitzat dos varetes, una en la direcció de l'eix de rotació de la Terra i l'altre a l'extrem d'aquest (color vermell) i apuntant el sol. La primera vareta es mantindrà sempre apuntant l'estrella Polar, i només la deixarem girar al voltant del seu eix forçada per la vareta vermella que apuntarà sempre cap el Sol.

L'objectiu ara és veure com ha canviat la configuració de les varetes al cap de 12 hores. A l'inici era migdia (figura 4), i la vareta que apunta el Sol està orientada cap al Sud de la terra.

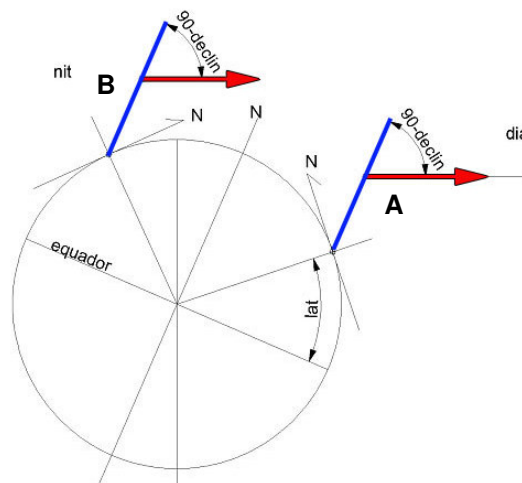
Que haurà succeït en el transcurs d'aquesta mitja volta de la terra ? Quins moviments ha detectat el nostre gegant des de la terra sobre el moviment de Sol i de les varetes ? Com se situa finalment la vareta vermella?

Doncs, al cap de 12 hores, la terra a girat respecte el seu eix 180 graus (15 graus cada hora), el gegant se situa ocult darrera la terra i a no ser per què és un gegant, no podria veure el Sol i dirigir la vareta vermella cap ell. És mitjanit. Ara, la vareta vermella ja no apunta cap al sud, si no cap al Nord, el gegant veu com a girat fins a situar-se a 180º de la posició inicial. La posició a mitjanit és la següent:



**Figura 5. Posició relativa Terra-Sol en el solstici d'estiu a mitjanit.**

En la següent imatge es presenten les dues posicions: migdia (A) i mitjanit (B).



**Figura 6. Posicions del dia i niten el solstici d'estiu a l'hemisferi Nord.**

El primer que cal observar és que en la direcció del primer eix (blau) és exactament la mateixa en ambdues posicions –tal i com ja havíem previst-. La vareta vermella però, ha canviat de posició respecte el terra: ha girat 180º respecte l'eix que apunta la Polar. Al migdia (A) la vareta vermella estava en sentit sud i a mitjanit està apuntant sentit Nord. Com s'aprecia aquest moviment des de la terra estant ?

La figura 7 mostra quin és el moviment que realitza la vareta vermella vist des de la terra. Al migdia se situava en la posició A (sentit Sud) i a anat girant fins situar-se en el punt B a mitjanit (sentit Nord).

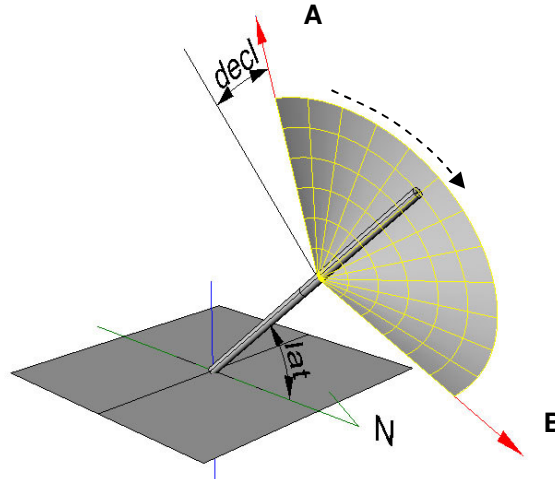


Figura 7. *Moviment de la vareta des de el migdia (A) fins a mitjanit (B).*

Així doncs, per tal de seguir la trajectòria del Sol en el solstici d'estiu tan sols falta posicionar un eix inclinat amb la latitud de l'emplaçament, afegir-hi una vareta amb un grau d'inclinació respecte la normal del primer eix igual a la declinació i fer-lo girar al ritme d'una volta al dia. Així de senzill: **les varetes d'un paraigües esventrat cap a fora segueixen el moviment del Sol a l'estiu.**

Però ... i si no és el solstici d'estiu ?

Que passa per exemple quan ens trobem en el solstici d'hivern ? Com hauríem de situar les varetes per què seguissin també el sol ?

Igual que en cas anterior, disposarem d'una vareta orientada cap a la Polar i una altre recolzada sobre aquesta que apunti el Sol. Durant el solstici d'hivern, la situació relativa entre el Sol i la Terra és la següent:

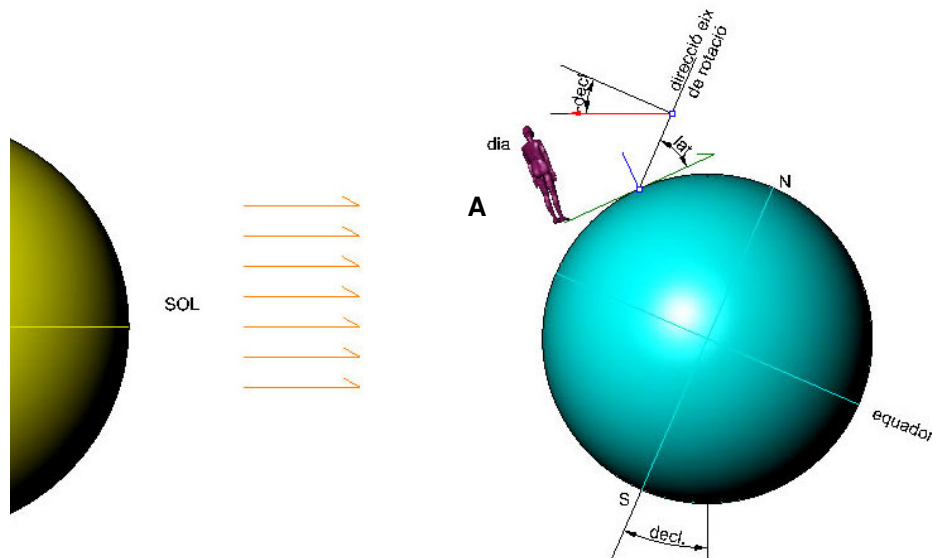


Figura 8. *Posició de la Terra durant el solstici d'hivern a les 12 del migdia. El ratjos del Sol toquen més la cara que el cap.*

La figura 8 ens mostra quina és la posició d'una persona al migdia del 21 de desembre (solstici d'hivern). El primer que veiem és que el Sol arriba molt més esbiaixat que en el solstici d'estiu. És a dir, els raigs del Sol escalfen més la cara que el cap, al contrari del que passava durant el solstici d'estiu.

A mitjanit, la posició de tot l'escenari és la següent:

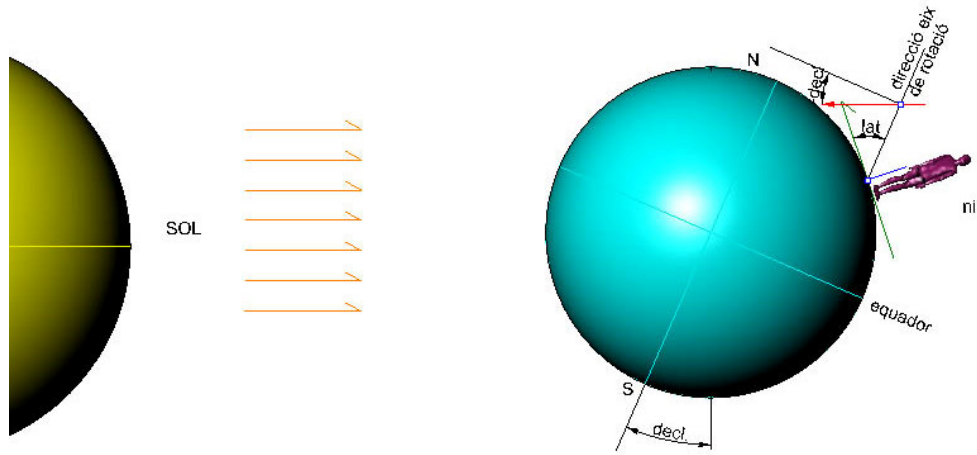


Figura 9. Posició de la Terra durant el solstici d'hivern a les 12 de la nit.

I el moviment que han sofert les varetes ha estat:

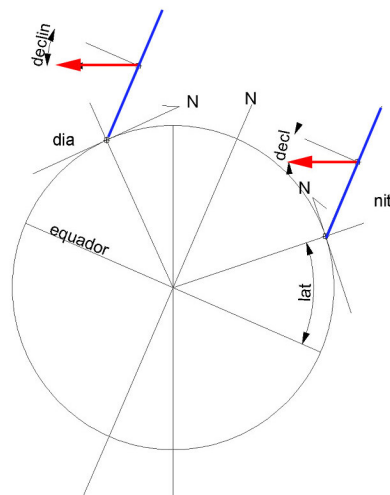


Figura 10. Variació de les varetes en el solstici d'hivern entre les 12 del migdia i de la nit.

El que ara interessa és, igual que abans, veure com estan possessionades les varetes d'ajuda. La diferència que hi ha en el cas anterior és que ara la vareta vermella està situada amb un angle igual a la declinació, però en sentit contrari –per sota la perpendicular d l'eix blau-. Ara la vareta vermella descriu una trajectòria semblant al d'un paraigües mig obert: **les varetes d'un paraigües mig obert segueixen el Sol d'hivern.**

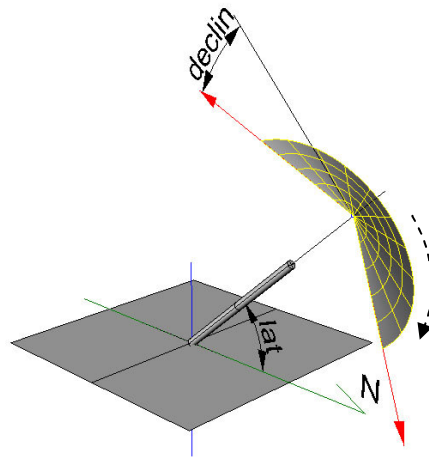


Figura 11. Trajectòria que segueixen les varetes entre les 12 del migdia i de la nit.

D'aquestes darreres actuacions es dedueix el que cal fer per trobar el Sol en els dos solsticis: col·locar un eix apuntant la polar ( inclinació igual a la latitud) i un altre (fletxa apuntadora) que formi un angle igual a la declinació respecte la normal d'aquest eix. Llavors només falta girar la manivela a règim d'una volta al dia. La fletxa apuntarà sempre cap al Sol. Construïm doncs un aparell que pugui fer aquests moviments:

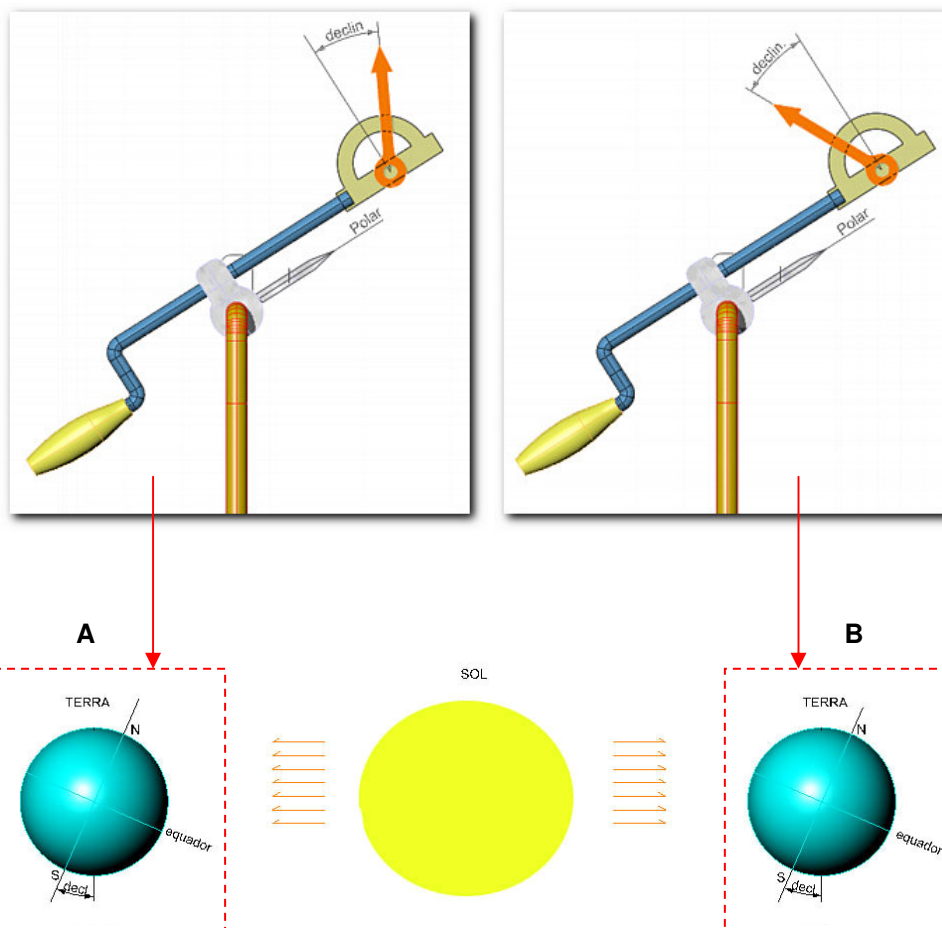


Figura 12. Configuració d'un senzill Cercasol per seguir el Sol durant els solsticis d'estiu i hivern, (A) estiu. (B) hivern.

Aquestes són però, dues posicions per dos moments molt concrets de l'any, manca establir com situar la posició de l'aparell per a qualsevol dia, i poder així, seguir la trajectòria del Sol per la volta celeste.

Com es pot veure en la figura 12, el que canvia en la configuració de l'aparell és l'angle de la fletxa respecte la perpendicular al primer eix. Aquest angle varia des de el valor – declinació (al solstici d'hivern) dins a + declinació (al solstici d'estiu). Durant la resta de l'any, qualsevol dia té una declinació compresa entre aquests dos valors. La variació d'aquest valor varia aproximadament de forma sinuïdal amb el temps.

El valor de la declinació<sup>1</sup> per a qualsevol dia de l'any ve donat per la següent equació d'evolució sinuïdal:

$$d = 23,45 \times \sin 360 \times \frac{284 + N}{365}$$

Equació 1. Valor de la declinació en funció del dia de l'any .

On N és el número de dia de l'any (1 de gener= 1).

Així per exemple i pels casos particulars dels solsticis, els valors de la declinació prenen els valors màxim i mínim possibles:

- Al solstici d'estiu (N=172), la declinació (d) val +23,45°.
- Al solstici d'hivern (N=355), la declinació (d) val -23,45°.

En canvi pels equinoccis la declinació val zero:

- A l'equinocci de primavera (N=80), la declinació (d) val 0°.
- A l'equinocci de tardor (N=264), la declinació (d) val 0°.

Per a qualsevol altre dia de l'any tan sols falta substituir a l'equació 1 i s'obté el valor de la declinació.

Ara ja estem en condicions de poder seguir la trajectòria del Sol a qualsevol dia de l'any i a qualsevol latitud. Recordem els passos a fer:

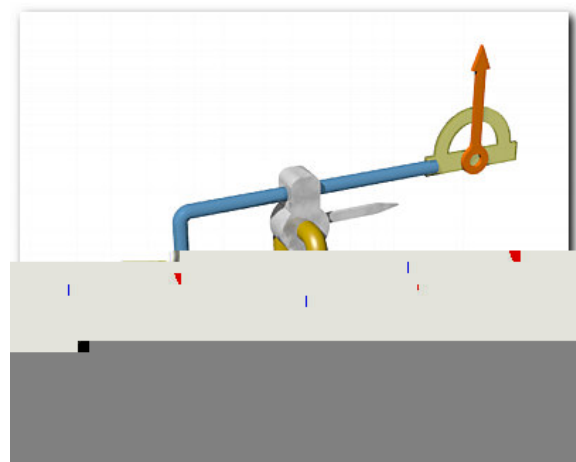


Figura 13.  
Pas 1. Construir-se el Cercasol.

<sup>1</sup> Un valor més exacte de la declinació ve donat per l'expressió de Bourges:  $\text{decl} = 0.3723 + 23.2567 \cdot \sin(w) - 0.7580 \cdot \cos(w) + 0.1149 \cdot \sin(2w) + 0.3656 \cdot \cos(2w) - 0.1712 \cdot \sin(3w) + 0.0201 \cdot \cos(3w)$ ; amb  $w = (360/365) \cdot (n - 79,436)$  i n és el dia de l'any. (Ex: 1 de gener = 1)

Figura 14.  
Pas 2. Orientar l'eix de la manivela cap al Nord.

Figura 15.  
Pas 3. Inclinar l'eix de la manivela un angle igual a la latitud. Cap amunt si s'està a l'hemisferi Nord, cap avall si s'està a l'hemisferi Sud.

Figura 16.  
Pas 4. Inclinar la fletxa respecte la normal a la manivela un angle igual al valor donat per l'equació 1.

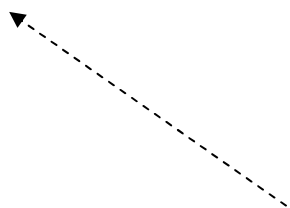


Figura 17.  
Pas 5. Girar la manivela  
fins que la fletxa apunti  
el Sol.



Figura 18.  
Pas 6. Girar cap a la  
esquerra la manivela al  
ritme d'una volta el dia.  
La fletxa del Cercasol  
segueix el Sol.

Ara ja sabem com fer un instrument que segueixi el Sol. És un bon començament, sens dubte. Un començament que serà l motor de tot el que esdevindrà a continuació. Aquest primer pas servirà per establir el posicionament del motor climàtic, el Sol.

Ara manca trobar quina és l'expressió de la posició del Sol en termes numèrics. Posició que, com ja sabem, dependrà del dia de l'any, latitud i hora solar. Per tant ens plantejem ara fer un pas més:

**Expressar la posició que mostra el Cercasol en coordenades.**

**Figura 19. L'objectiu ara se centrarà en trobar l'expressió de la posició en coordenades.**

El primer pas serà definir les coordenades locals, que són les que interessen per a definir la posició local del Sol, al igual que ho farà el programa *Cercasol*. S'ha definit el següent sistema de Coordenades (x,y,z) amb l'origen situat en la posició de l'observador.

**Figura 20. Definició de coordenades locals. Hemisferi Nord.**

- X : direcció sud (horizontal)
- Y : direcció est (horizontal)
- Z : direcció amunt (vertical)

En cas d'estar en la latitud Sud, se segueix amb el mateix criteri d'orientacions:

**Figura 21. Definició de coordenades locals. Hemisferi Sud.**

Ara cal posicionar el Cercasol en una posició inicial. Aquesta posició de partida ha estat triada arbitràriament com la posició de les 12 del migdia. En aquesta posició, el Cercasol es troba com mostra la figura següent:

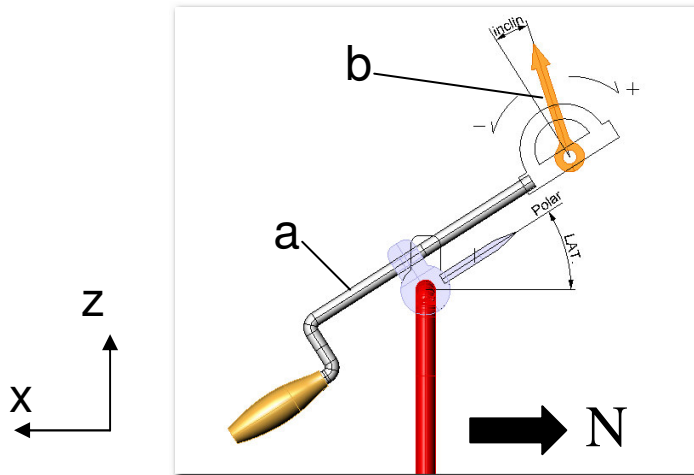


Figura 22. Traducció del Cercasol a llenguatge matemàtic vectorial.

Definim ara dos vectors per poder facilitar la traducció del moviment de rotació a un llenguatge matemàtic. Els vectors **L** i **M** seran el següents:

**L** : vector de rotació de l'eix de la manivela (a). Al girar la manivela de la figura s'ha de seguir el Sol. Aquest moviment s'ha de fer en sentit esquerra (així el Sol sortira per l'Est i es pondrà per l'Oest). Per tant, seguint la Llei vectorial de la mà dreta, el vector **L** haurà d'apuntar cap avall.

**M**: és el vector que apunta al Sol. Per tant és el vector representat per la fletxa (b).

Per tant quedarà:

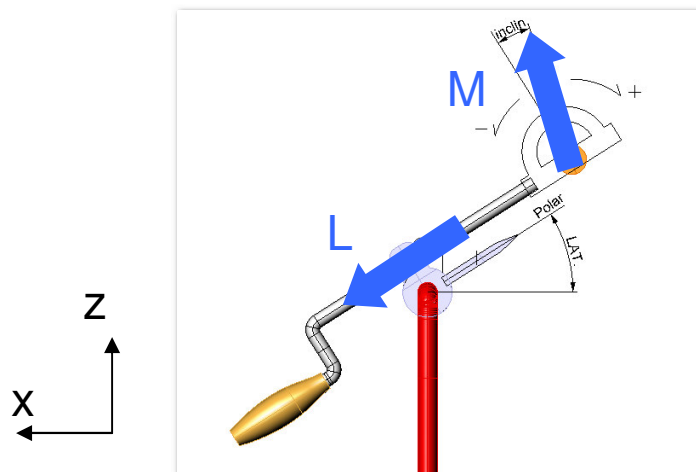


Figura 23. Vectors que conformen el Cercasol.

El Sol descriu la trajectòria del vector **M** al fer voltar el **L** al règim d'una volta al dia. Ara cal establir les relacions de partida dels vectors **L** i **M** en funció de la latitud i de la declinació d'aquell dia. **L** està orientat segons la latitud del lloc i **M** depèn de la declinació de la terra en aquell dia.

Les relacions universals<sup>2</sup> són les següents:

$$\mathbf{L} = [\cos(\text{lat}), 0, -\sin(\text{lat})]$$

$$\mathbf{M} = [\cos(90-\text{lat}+\text{decl}), 0, \sin(90-\text{lat}+\text{decl})]$$

**Equació 2. Expressió de L i M en funció de la latitud i declinació.**

El gir d'un vector (**M**) al voltant d'un altre (**L**) una quantitat (**θ**) de graus dona un altre vector (**M'**) i respon següent expressió (que no es demostrarà):

$$\mathbf{M}' = (\mathbf{L} \bullet \mathbf{M}) \cdot \mathbf{L} + \cos(\theta) \cdot [\mathbf{M} - (\mathbf{L} \bullet \mathbf{M}) \cdot \mathbf{L}] + \sin(\theta) \cdot (\mathbf{L} \times \mathbf{M})$$

**Equació 3. Obtenció del vector M', resultat de rotar θ graus el vector M al voltant del L.**

on "•" indica el producte escalar i "×" indica el producte vectorial.

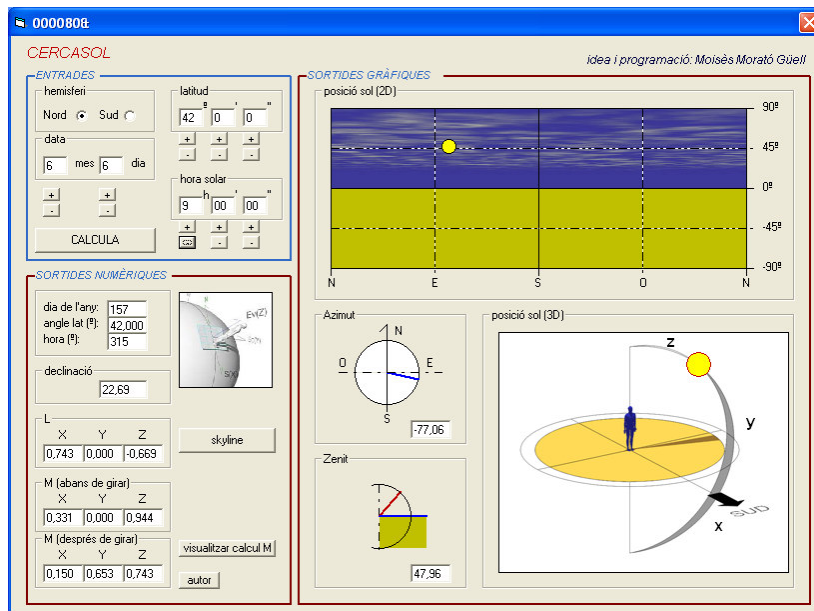
A més "θ" es pot relacionar amb la hora solar "h" com:

$$\theta = 180 + 15h$$

**Equació 4. Expressió del gir de manivela en funció de la hora solar.**

En definitiva i resumint:

Per trobar la posició del Sol a una determinada hora solar "h" s'ha de girar "θ" graus el vector **M** al voltant de **L**. El resultat és un nou vector **M'** que apunta directament cap al Sol. El descrit fins ara a servit per realitzar un programa per a la cerca de la posició del Sol (*Cercasol*).



**Figura 24. Aplicació informàtica d'aquest episodi.**

En el programa es pot visualitzar en una carta cilíndrica la posició del Sol, com així també s'ha realitzat una visualització 3D per tenir una millor idea del moviment del Sol al llarg de diferents dies de l'any. Ambdues visualitzacions han estat realitzades

<sup>2</sup> Serveixen tant per l'hemisferi Nord com per l'hemisferi Sud.

expressament per aquest programa utilitzant metodologia pròpia. A part de les visualitzacions, també hi surten les expressions numèriques d'aquelles variables d'interès (zenit, azimut, L, M, M', declinació del dia, etc.).

Aquest petit programa serà el suport d'altres aplicacions informàtiques que calcularan la radiació solar sobre plans, comprovaran obstruccions solars i altres possibilitats.

Les variables d'entrada amb que treballa el programa CERCASOL són:

**Hemisferi,** selecció d'hemisferi Nord i Sud.

**Data,** entrada segons mes i dia del mes.

**Latitud,** introduïda en graus, minuts i segons (si es prem ENTER contínuament es veu l'evolució dinàmica del sol a diferents latituds)

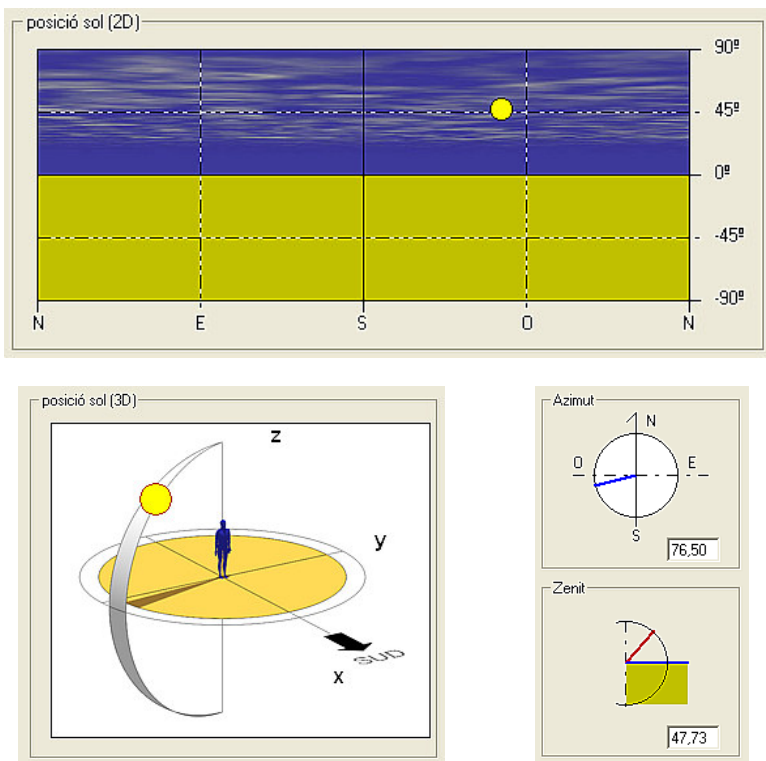
**Hora** (si es prem enter contínuament ENTER es veu l'evolució dinàmica del sol al llarg d'un dia.

En quan a sortides es té:

**Declinació,** segons mes i dia del mes.

**Càlcul de L, M i M'**

Figura 25. Càlcul amb el programari Cercasol del vector M'.



**Figura26. Posició visual del Sol en el programari Cercasol**